



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală, Neamț

07.02.2026

Barem de notare și evaluare

Clasa a VI-a

Subiectul 1

Fie x, y, z numere naturale nenule astfel încât $2x - 3y ; 32 ; z + 1$ să fie direct proporționale cu $2 ; 2x + 3y ; 19$. Aflați numerele x, y, z .

Soluție și barem:

$\frac{2x-3y}{2} = \frac{32}{2x+3y} = \frac{z+1}{19} \Rightarrow (2x-3y)(2x+3y)=64$	3,5p
$2x : 2 ; 64 : 2 \Rightarrow 3y : 2$	
Dar 3 este număr prim $\Rightarrow y : 2 \Rightarrow y = 2k, k \in \mathbb{N}^*$	4p
$(2x - 3y)(2x + 3y) = 64 \Rightarrow (2x - 6k)(2x + 6k) = 64 \Rightarrow$	
$(x-3k)(x+3k)=16$ și $x - 3k < x + 3k$	4p
Caz I: $x-3k=1$ și $x+3k=16$ nu convine	
Caz II: $x-3k=2$ și $x+3k=8$	3p
Dacă $k=1$ atunci $x=5 ; y = 2 ; z=37$	2p
Dacă $k=2$ atunci $x=3$ dar $3-3 \cdot 2 \neq 8$	2p
Dacă $k \geq 3$ atunci $x+3k > 8$	2p
Concluzie : $x = 5 ; y = 2 ; z = 37$	2p

Subiectul 2

În interiorul unghiului obtuz $\angle AOD$ se consideră o semidreaptă oarecare (OB și semidreapta (OC astfel încât $OC \perp OA$. Știind că măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor $\angle AOB$ și $\angle COD$ este de 70° , aflați măsura unghiului $\angle BOD$. Studiați toate cazurile posibile.

Soluție și barem:

Fie (OM bisectoarea $\angle AOB$ atunci $\angle AOM = \angle MOB$ (ON bisectoarea $\angle COD$ atunci $\angle CON = \angle NOD$ $OC \perp OA$ atunci $\angle COA = 90^\circ$	3p
Cazul I: (OB \subset int($\angle COA$) Notăm $\angle AOM = \angle MOB = x ; \angle COB = y ; \angle CON = \angle NOD = z$ Atunci $\angle BOD = 2z + y$	3p
$\angle MON = 70^\circ \Rightarrow x + y + z = 70^\circ$ $\angle COA = 90^\circ \Rightarrow 2x + y = 90^\circ$	4p
$2x + 2y + 2z = 140^\circ \Rightarrow \angle BOD = 2z + y = 50^\circ$	3p
Cazul II: (OB = (OC atunci $\angle BOA = 90^\circ \Rightarrow \angle AOM = \angle MOB$ $\angle MON = 70^\circ \Rightarrow \angle BON = 25^\circ \Rightarrow \angle BOD = 2 \cdot 25^\circ = 50^\circ$	3p

Cazul III:

$$\begin{aligned} & (OC \subset \text{int}(\angle BOA)) \\ & \text{Notăm } \angle CON = \angle NOD = a; \angle BON = b; \angle COM = c; \\ & \text{Atunci } \angle BOD = a - b \\ & \angle AOM = \angle MOB = a + b + c \\ & \angle COA = 90^\circ \Rightarrow a + b + 2c = 90^\circ \\ & \angle MON = 70^\circ \Rightarrow a + c = 70^\circ \Rightarrow 2a + 2c = 140^\circ \dots\dots\dots 3,5p \\ & \angle BOD = a - b = 50^\circ \dots\dots\dots 3p \end{aligned}$$

Subiectul 3

Considerăm dreptele paralele a și b , punctele $A \in a$, $B \in b$ și C între a și b astfel încât unghiul ACB are măsura de 120° . Fie punctele $E \in a$ și $F \in b$ astfel încât unghiurile EAC și FBC sunt ascuțite. Aflați măsurile unghiurilor EAC și FBC știind acestea sunt direct proporționale cu numerele prime x și y care verifică relația $3x + 14y = 63$.

Soluție și barem:

$$\begin{aligned} & \text{Construim } CO \parallel a, O \in \text{Int}(\angle ACB) \dots\dots\dots 3p \\ & \angle EAC \equiv \angle ACO \text{ și } \angle FBC \equiv \angle BCO \text{ (alterne interne)} \dots\dots\dots 5p \\ & \angle ACO + \angle OCB = 120^\circ, \text{ deci } \angle EAC + \angle FBC = 120^\circ \dots\dots\dots 5p \\ & \text{Cum } x \text{ și } y \text{ sunt prime și } 3x + 14y = 63, \text{ deducem } x = 7 \text{ și } y = 3 \dots\dots\dots 5,5p \\ & \frac{\angle EAC}{3} = \frac{\angle FBC}{7} = \frac{\angle EAC + \angle FBC}{3+7} = 12^\circ, \text{ deci } \angle EAC = 36^\circ \text{ și } \angle FBC = 84^\circ \dots\dots\dots 4p \end{aligned}$$

Subiectul 4

Se consideră numerele de forma $N = \overline{abcabc}$.

- Aflați numărul minim de divizori ai lui N , N - număr de forma dată.
- Aflați numărul maxim de divizori ai lui N , N - număr de forma dată.

Supliment G.M. nr.11/2025

Soluție și barem:

$$\begin{aligned} & \text{Numărul } N = \overline{abcabc} = 1001 \cdot \overline{abc} = 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot \overline{abc} \dots\dots\dots 3,5p \\ & \text{Dacă } N = p_1^{e_1} \cdot p_2^{e_2} \cdot \dots \cdot p_k^{e_k}, \text{ atunci } d(N) = (e_1 + 1)(e_2 + 1) \dots (e_k + 1), \\ & \quad \text{unde } d(N) - \text{numărul divizorilor naturali ai lui } N \dots\dots\dots 4p \\ & \text{a) } d(N) \text{ este minim dacă } \overline{abc} \text{ are un număr minim de divizori} \dots\dots\dots 3p \\ & \quad \text{Dacă } \overline{abc} \text{ este număr prim, } d(N) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16 \dots\dots\dots 3p \\ & \text{b) } d(N) \text{ este maxim când } \overline{abc} \text{ are un număr maxim de divizori} \dots\dots\dots 3p \\ & \quad \text{Cazul optim: } \overline{abc} = 720 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \Rightarrow d(\overline{abc}) = 5 \cdot 3 \cdot 2 = 30 \dots\dots\dots 3p \\ & \quad \text{deci } d(N) = 30 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 240 \dots\dots\dots 3p \end{aligned}$$